

# یک مدل پیش‌بینی سایش ذرات جامد درون زانویی استاندارد در جریان چندفازی با الگوی کف‌آلود

سید سعید بحرینیان\*، مهدی بخشش و ابراهیم حاجی‌دولو  
گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۹/۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۹

## چکیده

در این مقاله، یک مدل جدید برای پیش‌بینی میزان سایش درون زانویی استاندارد برای الگوی جریان کف‌آلود توسعه داده شده است. با استفاده از آنالیز ابعادی، گروه‌های بی‌بعد حاکم بر پدیده سایش به صورت پارامترهای نسبت سرعت‌های ظاهری گاز به مایع ( $V_{SG}/V_{SL}$ )، عدد رینولدز بر حسب خواص میانگین مایع و گاز ( $Re_m$ )، نسبت قطر ذره به قطر زانویی ( $d_p/D$ ) و پارامتر بی‌بعد سایش ( $ER \rho_G D^2$ ) استخراج شده‌اند. سپس با استفاده از تکنیک رگرسیون فرآیند گوسی، یک مدل پارامتریک پیش‌بینی میزان سایش بین پارامترهای بی‌بعد برقرار شده است. در مدل ارائه شده، پارامتر بی‌بعد نسبت سرعت‌های ظاهری گاز به مایع به‌عنوان فاکتور انحراف جریان کف‌آلود از خواص میانگین جریان دو فازی و تأثیر آن در میزان سایش لحاظ گردیده است. برای شرایط مختلف سرعت‌های ظاهری مایع و گاز، قطر ذره و ویسکوزیته مایع، نتایج حاصل از مدل با داده‌های تجربی اعتبارسنجی شده است. نتایج نشان می‌دهند بیش از ۸۷٪ پیش‌بینی‌های حاصل از مدل، خطای کمتر از ۳۰٪ دارند. همچنین، با مقایسه عملکرد مدل با مدل‌های پیشین موجود، مشاهده شده میزان خطای مدل ارائه شده نسبت به داده‌های تجربی، خیلی کمتر از سایر مدل‌های موجود است. این نتایج دقت و کارایی مدل ارائه شده در پیش‌بینی میزان سایش برای الگوی جریان کف‌آلود را نشان می‌دهند. در نهایت، مدل ارائه شده جهت استخراج سرعت‌های مجاز مایع و گاز در الگوی جریان کف‌آلود بکار گرفته شده است. تأثیر پارامترهای مختلف نظیر اندازه زانویی و ذره، ویسکوزیته مایع و فشار جریان گاز بر میزان سایش و سرعت مجاز سیال در جریان کف‌آلود بررسی و تحلیل شده است.

**کلمات کلیدی:** سایش ذرات جامد، زانویی استاندارد، الگوی جریان کف‌آلود، آنالیز ابعادی.

## مقدمه

اساسی در بسیاری از صنایع از جمله صنعت نفت و گاز است. زمانی که نفت و گاز از مخازن دارای مقاومت نسبتاً پایین تولید می‌شود، با کاهش فشار مخزن، ذرات شن می‌توانند از سنگ مخزن جدا شده و تعدادی از ذرات همراه با سیالات جابه‌جا شوند. در هندسه‌هایی مانند زانویی‌ها که جهت جریان

پدیده سایش در خطوط لوله و تجهیزات مورد استفاده جهت انتقال سیالات حاوی ذرات جامد، یک چالش

\*مسئول مکاتبات  
آدرس الکترونیکی: bahrainian@scu.ac.ir  
شناسه دیجیتال: (DOI: 10.22078/pr.2021.4347.2970)

مجدداً به سمت پایین سقوط کنند. حرکات نامنظم و نوسانی توده‌های مایع باعث می‌شوند که این نوع جریان کف‌آلود و متلاطم گردد [۱].

برای جریان سه فاز مایع، گاز و جامد، به دلیل الگوهای پیچیده جریان و تعامل بین فازها، پیش‌بینی سایش ذرات جامد مسأله پیچیده‌ای است. در جریان‌های چند فاز، هندسه زانویی باعث توزیع غیریکنواخت فازها، ایجاد جریان ثانویه و گردابه‌ها، چرخش جریان و انحراف فیلم مایع می‌شود. این پدیده‌ها می‌توانند منجر به ایجاد یک ناحیه خشک در خم بیرونی زانویی و تسریع خرابی به علت سایش شوند.

طی تحقیقات پیشین، مدل‌های مختلفی جهت محاسبه سایش ذرات جامد درون زانویی ارائه شده است. سالاما و همکاران، یک مدل برای محاسبه نرخ سایش و سرعت مجاز جریان دو فاز ارائه داده‌اند. در مدل آن‌ها، تأثیر اندازه ذرات و الگوی جریان در نظر گرفته نشده و جریان سیال دو فاز به‌عنوان یک سیال تک فاز با سرعت مخلوط دو فاز در نظر گرفته شده است [۲]. جردن یک مدل برای پیش‌بینی سایش در جریان‌های چندفازی ارائه داده‌است. جردن با تعریف یک قطر مؤثر برای هر فاز، جریان چند فاز را به دو ناحیه مجزا تقسیم نموده و میزان سایش را از مجموع سایش برای هر فاز به‌صورت جداگانه در نظر گرفته است [۳]. مک‌لاری و همکاران، یک مدل مکانستیک مکانیکی برای محاسبه سایش در جریان‌های چندفازی ارائه داده‌اند. آن‌ها سرعت برخورد ذرات را براساس ردیابی ذرات و با استفاده از خواص میانگین فازها و سرعت مشخصه سیال محاسبه نموده‌اند. سپس سرعت برخورد ذره، درون معادله تجربی سایش

به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند، ذرات همراه با سیال حامل، می‌توانند با سرعت و انرژی بسیار بالا، به دیواره زانویی برخورد کرده و تداوم ضربات منجر به سایش شود. سایش ایجاد شده، می‌تواند موجب از بین رفتن پوشش‌های ممانعت‌کننده از خوردگی شده و به تشدید خوردگی سایشی منجر شود. سایش نه تنها موجب خرابی تجهیزات و افزایش هزینه‌ها می‌گردد، بلکه می‌تواند تهدیدی برای ایمنی در قالب انتشار گازهای سمی، آتش‌سوزی، حوادث ناشی از انتشار هیدروکربن و آسیب‌های زیست محیطی ایجاد کند. لذا، مطالعه مکانیزم سازوکار پدیده سایش و بررسی پارامترهای مؤثر بر میزان سایش، نقش مهم و کلیدی در بهبود عملکرد، افزایش قابلیت اطمینان و بهره‌وری تجهیزات واحدهای عملیاتی دارد.

در تولید و انتقال سیالات نفتی، جریان اغلب به‌شکل چند فاز بوده و بسته به نحوه تعامل فصل مشترک بین فازها، طیف وسیعی از رژیم‌ها و الگوهای مختلف جریان در خطوط لوله تشکیل می‌شود. برای جریان رو به بالا در خطوط لوله عمودی، الگوی جریان می‌تواند به‌شکل حبابی<sup>۱</sup>، لخته‌ای<sup>۲</sup>، کف‌آلود<sup>۳</sup>، حلقوی<sup>۴</sup> و یا حبابی پراکنده<sup>۵</sup> باشد. الگوی کف‌آلود یک رژیم جریانی میانی مهم است که محدوده انتقالی بین الگوهای لخته‌ای و حلقوی را پوشش می‌دهد. در صنعت نفت، این الگوی جریانی به‌طور مکرر درون چاه‌ها، بالا برها<sup>۶</sup>، جامپر<sup>۷</sup> و خطوط لوله در حین تولید و انتقال هیدروکربن‌ها رخ می‌دهد. از نظر هیدرودینامیکی، جریان کف‌آلود زمانی رخ می‌دهد که سرعت جریان گاز در جریان لخته‌ای افزایش یابد. در این حالت، ساختار مایع ناپایدار شده و به توده‌های کوچک‌تر شکسته می‌شوند و در اثر نیروی جاذبه به سمت پایین سقوط می‌کنند. این توده‌های مایع با ساختارهای مایع بالادست جریان ترکیب شده و همراه با آنها رو به بالا حرکت می‌کنند. حرکت رو به بالای توده‌های مایع ادامه یافته تا زمانی که مجدداً توسط جریان گاز ناپایدار و شکسته شده و

1. Bubble Flow  
2. Slug Flow  
3. Churn Flow  
4. Annular Flow  
5. Dispersed Bubble Flow  
6. Riser  
7. Jumper

ارزیابی الگوریتم استفاده نموده‌اند و به نتایج قابل قبولی دست یافته‌اند [۱۰].

زاهدی و همکاران از برآزش جنگل تصادفی برای پیش‌بینی غیرپارامتریک سایش درون زانویی استفاده نموده‌اند. آن‌ها جهت آموزش الگوریتم، از داده‌های تجربی موجود برای زانویی استاندارد تحت شرایط جریان چند فازی استفاده کرده و نتایج قابل مقایسه‌ای با داده‌های تجربی ارائه کرده‌اند. با این وجود، برای پیش‌بینی سایش تحت شرایط دبی و ویسکوزیته بالای مایع در جریان کف‌آلود، میزان خطای زیادی گزارش شده است [۱۱].

ترن و همکاران، از الگوریتم رگرسیون فرآیند گوسی، برای پیش‌بینی سایش درون پروانه و پوسته پمپ گریز از مرکز استفاده نموده‌اند. در این مدل‌سازی، ابتدا با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی چندین شبیه‌سازی عددی به صورت جداگانه برای پروانه و پوسته پمپ انجام شده است. سپس از نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی، جهت آموزش و تست فرآیند گوسی استفاده نموده و نتایج قابل قبولی ارائه نموده‌اند [۱۲].

بحرینیان و همکاران، بر مبنای برآزش فرآیند گوسی<sup>۱</sup> یک چارچوب غیرخطی برای پیش‌بینی سایش درون زانویی ارائه کرده‌اند. آن‌ها مدل غیرپارامتریک سایش را برای جریان گاز- جامد و جریان گاز- مایع- جامد استفاده کرده و نشان دادند که روش فرآیند گوسی می‌تواند با دقت و قابلیت اطمینان بالا، روند تغییرات میزان سایش را با پارامترهای مختلف نظیر قطر زانویی، قطر ذرات، سرعت‌های ظاهری مایع و گاز ارائه نماید [۱۳].

بررسی پژوهش‌های گذشته نشان می‌دهد که تاکنون به دلیل ماهیت پیچیده و هیدرودینامیک ناپایدار جریان کف‌آلود، هیچ مدل مشخص و منحصر به فردی برای پیش‌بینی سایش برای جریان کف‌آلود ارائه نشده است. همچنین، روابطی

جای‌گذاری شده است [۴]. یک مدل مکانستیک برای محاسبه سایش برای الگوی جریانی حلقوی توسط مازومدر و همکاران ارائه شده است. آن‌ها سایش ناشی از ذرات درون فیلم مایع و ذرات درون هسته گاز را به صورت جداگانه بررسی نموده‌اند. برای ذرات موجود در هسته گاز و فیلم مایع دو ردیابی جداگانه و متفاوت انجام شده و دو سرعت مشخصه متفاوت برای ردیابی ذرات درون هسته گاز و ذرات درون فیلم مایع در نظر گرفته‌اند [۵]. لیو و همکاران با استفاده از روش عددی و با ترکیب پارامترهای مختلف در قالب گروه‌های بی‌بعد، یک رابطه جهت محاسبه میزان سایش درون زانویی برای الگوی جریانی حلقوی ارائه و نتایج حاصل از مدل را با داده‌های تجربی اعتبارسنجی نموده‌اند [۶]. شیرازی و همکاران با در نظر گرفتن سرعت ذرات قبل از زانویی، یک مدل نیمه‌مکانستیک برای محاسبه سرعت مجاز سایش ارائه داده‌اند. آنها تأثیر سرعت محلی سیال را در سرعت برخورد ذرات لحاظ نموده‌اند و از خواص میانگین مخلوط جریان دوفازی برای محاسبه سرعت برخورد ذرات استفاده کرده‌اند [۷]. شرکت DNV براساس داده‌های تجربی رابطه‌ای برای پیش‌بینی میزان سایش در اتصالات مختلف سیستم‌های لوله‌کشی بدون در نظر گرفتن اثرات الگوهای مختلف جریان ارائه داده است [۸]. دریه‌کی و حاجی‌دولو با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)، پدیده سایش را برای جریان مایع و ذرات در هندسه چوک بررسی نمودند. آنها مشاهده نمودند نرخ سایش برای دیواره از جنس کربن استیل، یک سوم مقدار سایش برای دیواره از جنس آلومینیوم است. آنها تغییرات اصلاحی در هندسه چوک ایجاد نموده که منجر به سایش بسیار کمتری در چوک گردید [۹].

رئیس‌ی و همکاران یک الگوریتم پارامتری از برآزش فرآیند گوسی برای داده‌های با تعداد زیاد و همراه با نویز ارائه داده‌اند. آن‌ها به جای بکارگیری داده‌های اصلی، از پارامترهای فرضی جهت آموزش و

1. Gaussian Process Regression

جریانی کف‌آلود، جنس دیواره زانویی از نوع استنلس استیل ۳۱۶، زانویی به‌صورت استاندارد با شعاع انحنای برابر با ۱/۵ و جریان ذرات جامد به‌صورت رقیق فرض شده‌اند.

بنا به فرضیات فوق‌الذکر، مدل فقط برای زانویی استاندارد با جنس استنلس استیل ۳۱۶ ارائه شده است. همچنین با توجه به رقیق بودن جریان، غلظت ذرات جامد به‌عنوان یک پارامتر در نظر گرفته نشده است.

لازم به ذکر است افزایش تعداد پارامترهای ورودی و یا تعداد داده‌ها، منجر به پیچیدگی محاسباتی در فرآیند گوسی می‌گردد. جهت رفع این مسأله، با انجام آنالیز ابعادی همانگونه که در قسمت بعد ارائه شده است، تعداد پارامترهای مؤثر ورودی از ۶ پارامتر به ۳ پارامتر کاهش یافته است. بنابراین با حفظ دقت در پیش‌بینی مدل، آنالیز ابعادی منجر به کاهش پیچیدگی محاسباتی می‌شود.

#### آنالیز ابعادی با استفاده از تئوری پی - باکینگهام

در این قسمت، با استفاده از آنالیز ابعادی گروه‌های بی‌بعد حاکم بر پدیده سایش استخراج می‌شوند. میزان سایش در الگوی جریانی کف‌آلود تابعی از پارامترهای اندازه ذره ( $d_p$ )، قطر لوله ( $D$ )، سرعت‌های ظاهری مایع و گاز ( $V_{SG}$ ,  $V_{SL}$ )، ویسکوزیته میانگین مخلوط جریان دو فاز مایع و گاز ( $\mu_m$ )، چگالی میانگین مخلوط جریان دو فاز ( $\rho_m$ ) در نظر گرفته می‌شود.

$$ER(mm/kg) = f(d_p, D, V_{SG}, V_{SL}, \mu_m, \rho_m) \quad (1)$$

در رابطه فوق،  $ER$  معرف میزان سایش بوده که به‌صورت کاهش ضخامت دیواره بر جرم ذرات عبوری ( $mm/kg$ ) تعریف می‌شود. چگالی و ویسکوزیته میانگین مخلوط جریان دو فاز به‌صورت روابط زیر تعریف می‌شوند:

که تاکنون برای پیش‌بینی میزان سایش در جریان‌های چندفازی ارائه شده‌اند، براساس خواص میانگین جریان دو فاز مایع محاسبه شده‌اند. در صورتی که خواص میانگین و سرعت مخلوط، لزوماً مشخص‌کننده و تعیین‌کننده نوع رژیم و رفتار جریان دو فاز نیستند.

در این پژوهش، یک مدل جدید و منحصر به فرد برای پیش‌بینی میزان سایش ذرات جامد درون زانویی برای شرایط الگوی جریانی کف‌آلود ارائه شده است. ابتدا با استفاده از تئوری پی - باکینگهام<sup>۱</sup>، آنالیز ابعادی صورت گرفته و گروه‌های بی‌بعد حاکم بر پدیده سایش برای شرایط جریانی کف‌آلود استخراج شده‌اند. سپس با استفاده از روش رگرسیون فرآیند گوسی، ارتباط بین پارامترهای بی‌بعد، به‌صورت یک مدل پارامتریک جهت پیش‌بینی میزان سایش در رژیم جریانی کف‌آلود استخراج شده است. اهمیت و ویژگی مدل ارائه شده این است که پارامتر بی‌بعد نسبت سرعت‌های ظاهری گاز به مایع به‌عنوان فاکتور انحراف از خواص میانگین جریان دو فاز، در میزان سایش پیش‌بینی شده لحاظ گردیده است. کارایی مدل با مقایسه نتایج حاصل از آن با داده‌های تجربی و مدل‌های پیشین مورد ارزیابی قرار گرفته است. در انتها، مدل ارائه شده برای تعیین حداکثر میزان مجاز سرعت جریان سیال دو فاز برای حالت‌های مختلف شرایط عملکردی بکار گرفته شده است. الگوریتم برآزش فرآیند گوسی مزایای فراوانی دارد که باعث می‌شود روش مناسبی جهت استفاده در این پژوهش باشد. در مقایسه با سایر الگوریتم‌های یادگیری ماشین مانند شبکه عصبی و رگرسیون جنگل تصادفی<sup>۲</sup>، فرآیند گوسی به تعداد داده‌های کمتری جهت آموزش نیاز دارد. همچنین، فرآیند گوسی می‌تواند مستقیماً نویز و عدم قطعیت را در پیش‌بینی‌های خود مدل کند [۱۳ و ۱۴].

در توسعه مدل پیش‌بینی سایش برای الگوی

1. Buckingham Pi Theorem  
2. Random Forest Regression

$$\{\pi_3\} = \{\mu_L, D, V_{SL}, \rho_m\} = \{\mu_m D^{a_3} V_{SL}^{b_3} \rho_m^{c_3}\}$$

$$\{\pi_3\} = \left\{ ML^{-1} T^{-1} L^{a_3} (LT^{-1})^{b_3} (ML^{-3})^{c_3} \right\} \quad (9)$$

$$\{\pi_4\} = \{d_p, D, V_{SL}, \rho_m\} = \{d_p D^{a_4} V_{SL}^{b_4} \rho_m^{c_4}\}$$

$$\{\pi_4\} = \left\{ L L^{a_4} (LT^{-1})^{b_4} (ML^{-3})^{c_4} \right\} \quad (10)$$

در نتیجه براساس رابطه ۶ خواهیم داشت:

$$ER \rho_G D^2 = f \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}}, \frac{\mu_m}{\rho_m V_{SL} D}, \frac{d_p}{D} \right) \quad (11)$$

می‌توان گروه بی‌بعد  $\pi_3$  را به صورت عدد رینولدز مخلوط جریان دو فاز  $(Re_m)$  و گروه بی‌بعد  $\pi_1$  را به شکل رابطه ۱۳ در نظر گرفت:

$$\pi_3 = Re_m = \frac{\rho_m (V_{SL} + V_{SG}) D}{\mu_m} \quad (12)$$

$$\pi_1 = ER D^2 \rho_G \quad (13)$$

#### تأثیر شکل ذرات بر میزان سایش

ذرات براساس میزان تیزی و گردی به ۶ دسته بسیار تیز، تیز، نیمه تیز، نیمه گرد، گرد و کاملاً گرد تقسیم می‌شوند. براساس این تقسیم‌بندی، برای ذرات با شکل متفاوت، میزان سایش نیز متفاوت خواهد بود. بنابراین همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، برای هر شکل ذره متناسب با میزان تیزی آن، یک فاکتور شکل تخصیص داده می‌شود [۱۵].

توسعه مدل پارامتریک با استفاده از روش رگرسیون فرآیند گوسی

در این قسمت، با استفاده از روش رگرسیون فرآیند گوسی که یکی از الگوریتم‌های نوین یادگیری ماشین محسوب می‌شود، میزان سایش برای مجموعه‌ای از داده‌های ورودی جدید محاسبه می‌شود. براساس نتایج حاصله، ارتباط بین پارامترهای بی‌بعد، به صورت یک مدل پارامتریک استخراج می‌شود.

$$\rho_m = \lambda_L \rho_L + (1 - \lambda_L) \rho_G \quad (2)$$

$$\mu_m = \lambda_L \mu_L + (1 - \lambda_L) \mu_G \quad (3)$$

$\rho_G, \rho_L, \mu_G, \mu_L$  به ترتیب چگالی گاز، چگالی مایع، ویسکوزیته گاز و ویسکوزیته مایع هستند.  $\lambda_L$  کسر حجمی فاز مایع بوده و به صورت نسبت سرعت ظاهری مایع به مجموع سرعت‌های ظاهری مایع و گاز محاسبه می‌شود.

$$\lambda_L = \frac{V_{SL}}{V_{SL} + V_{SG}} \quad (4)$$

جهت انجام آنالیز ابعادی، ابعاد هر کدام از پارامترهای فوق به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\{ER\} = LM^{-1}, \{D\} = \{d_p\} = L, \{V_{SG}\} = \{V_{SL}\} = LT^{-1}$$

$$\{\mu_m\} = ML^{-1} T^{-1}, \{\rho_m\} = ML^{-3} \quad (5)$$

سه بعد جرم (M)، طول (L)، و زمان (T)، به عنوان ابعاد اصلی محسوب می‌شوند و با توجه به اینکه ۷ متغیر وجود دارد، باید ۴ پارامتر بدون بعد  $(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$  وجود داشته باشند. گروه  $\pi_1$  به عنوان پارامتر وابسته و گروه‌های  $\pi_2, \pi_3$  و  $\pi_4$  به عنوان پارامترهای مستقل در نظر گرفته می‌شوند.

$$\{\pi_1\} = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4) \quad (6)$$

پارامترهای  $D, V_{SL}$  و  $\rho_m$  به عنوان متغیرهای تکراری در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین برای گروه  $\pi_1$  خواهیم داشت:

$$\{\pi_1\} = \{ER, D, V_{SL}, \rho_m\} = \{ER D^{a_1} V_{SL}^{b_1} \rho_m^{c_1}\}$$

$$\{\pi_1\} = \left\{ LM^{-1} L^{a_1} (LT^{-1})^{b_1} (ML^{-3})^{c_1} \right\} \quad (7)$$

به همین ترتیب برای گروه‌های  $\pi_2, \pi_3$  و  $\pi_4$  خواهیم داشت:

$$\{\pi_2\} = \{V_{SG}, D, V_{SL}, \rho_m\} = \{V_{SG} D^{a_2} V_{SL}^{b_2} \rho_m^{c_2}\}$$

$$\{\pi_2\} = \left\{ LT^{-1} L^{a_2} (LT^{-1})^{b_2} (ML^{-3})^{c_2} \right\} \quad (8)$$



شکل ۱ تقسیم‌بندی ذرات جامد براساس شکل آن‌ها [۱۵].

تابع کوواریانس، به‌عنوان معیاری از میزان تاثیر داده‌ها بر همدیگر، میزان تغییرات هماهنگ بین دو داده ورودی را ارائه می‌کند. یک گزینه استاندارد برای تابع کوواریانس، نمایی درجه ۲ بوده که برای متغیرهای  $x$  و  $x'$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \exp \left[ \frac{-(x - x')^2}{2l^2} \right] \quad (16)$$

جائی که  $\sigma_f^2$  معرف ماکزیمم مقدار کوواریانس و  $l$  پارامتر طول است [۱۴]. باید تابع کوواریانس برای تمام ترکیبات مختلف داده‌های آموزش محاسبه شود.

$$K = \begin{bmatrix} k(x_1, x_1) & k(x_1, x_2) & \dots & k(x_1, x_n) \\ k(x_2, x_1) & k(x_2, x_2) & \dots & k(x_2, x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k(x_n, x_1) & k(x_n, x_2) & \dots & k(x_n, x_n) \end{bmatrix} \quad (17)$$

برای یک داده ورودی جدید،  $x_*$ ، ماتریس کوواریانس مطابق رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$K_* = [k(x_*, x_1) \quad k(x_*, x_2) \quad \dots \quad k(x_*, x_n)] \quad (18)$$

در مورد یک ورودی جدید نسبت به خود نیز می‌توان نوشت.

$$K_{**} = k(x_*, x_*) \quad (19)$$

تابع احتمال برای مقدار تابع به‌ازای ورودی جدید  $x_*$ ، با وجود کلیه مقادیر  $y$  در داده‌های آموزشی، یعنی  $p(y^* | y)$ ، به‌صورت توزیع نرمال در نظر گرفته شده و طبق رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۱۴، ۱۷ و ۱۸].

$$p(y_* | y) = \mathcal{N}(K_* K^{-1} y, K_{**} - K_* K^{-1} K_*^T) \quad (20)$$

$y^*$  مقدار تابع برای ورودی جدید  $x_*$  است. همچنین،  $y$  و  $K^* K^{-1} y$  و  $K_{**} - K_* K^{-1} K_*^T$ ، به‌ترتیب میانگین و واریانس توزیع گوسی هستند.  $K^{-1}$  معکوس ماتریس کوواریانس را برای داده‌های آموزش و  $K_*^T$  ترانزاده ماتریس کوواریانس را برای داده‌های ورودی جدید نشان می‌دهند. بهترین تخمین برای مقدار تابع به‌ازای ورودی جدید  $x_*$ ، میانگین توزیع فوق است [۱۳، ۱۴، ۱۷ و ۱۸].

مدل رگرسیون فرآیند گوسی توسط مجموعه محدودی از داده‌ها و بدون هیچ پیش‌فرضی، قادر به مدل‌سازی و پیش‌بینی است [۱۴]. از داده‌های تجربی که در محدوده الگوی جریان کف‌آلود وجود دارند، جهت آموزش الگوریتم فرآیند گوسی استفاده می‌شوند [۱۶].

با توجه به نتایج حاصل از آنالیز ابعادی، داده‌های آموزشی در قالب پارامترهای بی‌بعد  $\text{Re}_m i \frac{V_{SG}}{V_{SL}}$ ،  $\frac{dp}{D}$  و  $ER \rho_G D^2$  مورد استفاده قرار می‌گیرند. محدوده تغییرات هر کدام از این پارامترها در جدول ۱ ارائه شده است. مجموعه داده‌های آموزشی برای پارامترهای بی‌بعد به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = \{t_i | i = 1, 2, \dots, n\} = \{(x_i, y_i) | i = 1, 2, \dots, n\} \quad (14)$$

$x_i$  بردار ۳ بعدی متغیرهای ورودی شامل پارامترهای بی‌بعد  $\frac{dp}{D}$ ،  $\text{Re}_m i \frac{V_{SG}}{V_{SL}}$  است که می‌تواند به‌صورت ماتریس  $X = \{x_i\}_{i=1:n}$  بیان شود.  $y_i$  میزان سایش متناظر بوده و به‌صورت بردار  $y_i = \{(ER \rho_G D^2)_i\}_{i=1:n}$  ارائه می‌شود.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right)_1 & (Re_m)_1 & \left( \frac{dp}{D} \right)_1 \\ \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right)_2 & (Re_m)_2 & \left( \frac{dp}{D} \right)_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right)_n & (Re_m)_n & \left( \frac{dp}{D} \right)_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ER \rho_G D^2)_1 \\ (ER \rho_G D^2)_2 \\ \vdots \\ (ER \rho_G D^2)_n \end{bmatrix}$$

جهت استخراج داده‌های آزمایشی، محدوده هر کدام از پارامترهای بی‌بعد به ۲۵ قسمت مساوی تقسیم می‌گردد و بر این اساس، تعداد ۱۵۶۲۵ داده از پارامترهای بی‌بعد ورودی حاصل می‌شود. با استفاده از روش رگرسیون فرآیند گوسی، میزان سایش برای مجموعه داده‌های آزمایشی محاسبه می‌گردد.

جدول ۱ محدوده تغییرات پارامترهای بی‌بعد در داده‌های آموزشی

$\text{Re}_m i \frac{V_{SG}}{V_{SL}}$	$\text{Re}_m$	$\frac{dp}{D}$
۱۴-۱۱۲/۲۵	$1.0^6 \times 1.0^4 - 1/45 \times 8/5$	۰/۰۰۰۲۶ - ۰/۰۰۳۹۴

ترکیب پارامترهای بدون بعد، می‌توان نرخ نفوذ را به صورت رابطه زیر محاسبه نمود.

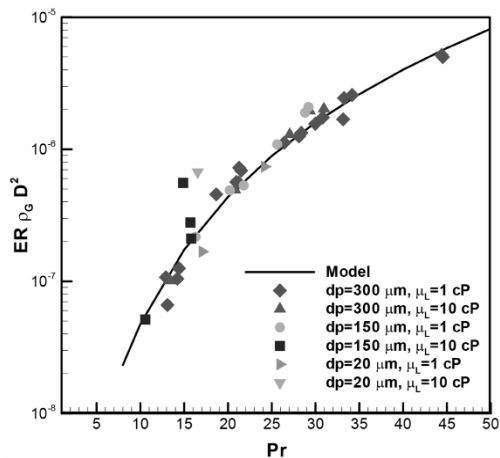
$$Pr = \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right)^{0.55} (Re_m)^{0.147} \left( \frac{dp}{D} \right)^{0.156} \quad (24)$$

بنابراین در نهایت می‌توان رابطه مدل استخراج شده را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$ER \rho_G D^2 = 2.995 \times 10^{-11} F_s Pr^{3.2} \quad (25)$$

#### اعتبارسنجی مدل

جهت اعتبارسنجی مدل، از ۳۸ داده تجربی موجود که شرایط مختلفی را پوشش می‌دهند، استفاده می‌شود [۱۹]. شکل ۲ نتایج پیش‌بینی شده میزان سایش توسط مدل نسبت به داده‌های تجربی را نشان می‌دهد. نمودار در مقیاس نیمه‌لگاریتمی رسم شده و محورهای افقی و عمودی به ترتیب معرف مقادیر نرخ نفوذ و پارامتر بدون بعد سایش هستند.



شکل ۲ مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل نسبت به داده‌های تجربی

مشاهده می‌شود که نمودار حاصل از مدل ارائه شده با دقت بسیار مناسب و قابل قبولی، داده‌های تجربی را پوشش داده و از میان آن‌ها عبور می‌نماید. خطای نسبی مدل به صورت رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$Error (\%) = \left| \frac{(ER \rho_G D^2)_{Exp} - (ER \rho_G D^2)_{Model}}{(ER \rho_G D^2)_{Exp}} \right| \times 100 \quad (26)$$

شکل ۳، فرکانس خطای نسبی را نشان می‌دهد.

$$y^* = K_* K^{-1} y \quad (21)$$

با توجه به اینکه مقدار پیش‌بینی شده تا حد زیادی وابسته به پارامترهای موجود در تابع کوواریانس است، انتخاب صحیح این پارامترها، تأثیر شایانی بر دقت مدل ارائه شده دارد. این پارامترها، بردار  $\theta = \{\sigma_p, \sigma_{\theta}\}$  را تشکیل می‌دهند [۱۴ و ۱۷].

مجموعه پارامترهای مذکور در این بردار به نحوی به دست می‌آیند که بهترین توزیع پسین<sup>۱</sup>، بر روی مجموعه داده‌های آموزش را نتیجه بدهند، یا به عبارت بهتر به ماکزیمم مقدار برای  $P(y | X, \theta)$  منتج شوند. بر مبنای تئوری بیز، مقدار بیشینه برای  $p(y | X, \theta)$  زمانی حاصل می‌گردد که لگاریتم زیر ماکزیمم گردد [۱۳ و ۱۴ و ۱۷ و ۱۸].

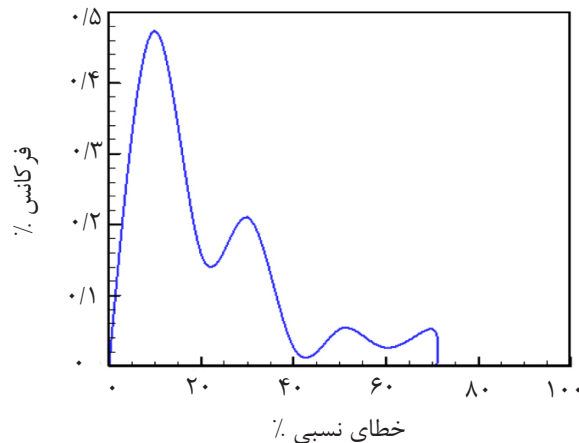
$$\log p(y | X, \theta) = -\frac{1}{2} y^T K^{-1} y - \frac{1}{2} \log |k| - \frac{n}{2} \log 2\pi \quad (22)$$

در این پژوهش، جهت توسعه مدل GPR یک کد محاسباتی در محیط MATLAB تهیه شده است. این کد شامل مراحل استانداردسازی داده‌ها، آموزش داده‌ها، تست داده‌های آزمایشی و آنالیز خطای نتایج است.

براساس نتایج حاصل از فرآیند گوسی برای ۱۵۶۲۵ مجموعه داده آزمایشی، مدل پیش‌بینی میزان سایش برحسب پارامترهای بی‌بعد  $\frac{dp}{D}$  و  $Re_m i \frac{V_{SG}}{V_{SL}}$  استخراج می‌شود. با در نظر گرفتن فاکتور شکل ذره، مدل پیش‌بینی میزان سایش درون زانویی برای الگوی جریان کف‌آلود به صورت رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$ER \rho_G D^2 = 2.995 \times 10^{-11} F_s \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right)^{1.759} (Re_m)^{0.4718} \left( \frac{dp}{D} \right)^{0.5} \quad (23)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در رابطه استخراج شده پارامتر  $(V_{SG}/V_{SL})$  به عنوان یک ضریب در  $Re_m$  اعمال شده است. در حقیقت پارامتر نسبت سرعت‌های ظاهری گاز به مایع (دبی جرمی گاز به دبی جرمی مایع)، معرف میزان انحراف نرخ سایش در جریان آشفته کف‌آلود از جریان همگن و خواص میانگین مخلوط جریان دو فازی است. با

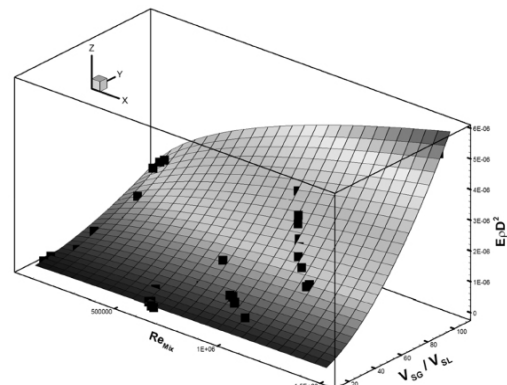
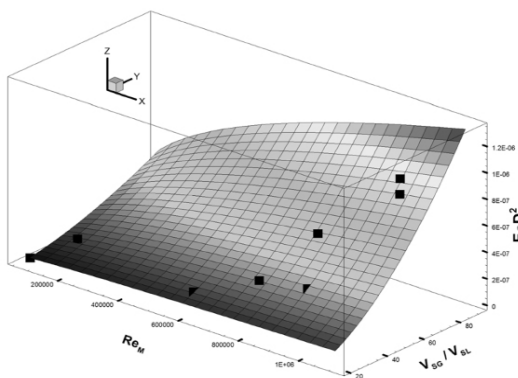


شکل ۳ فرکانس خطای نسبی برای مدل ارائه شده

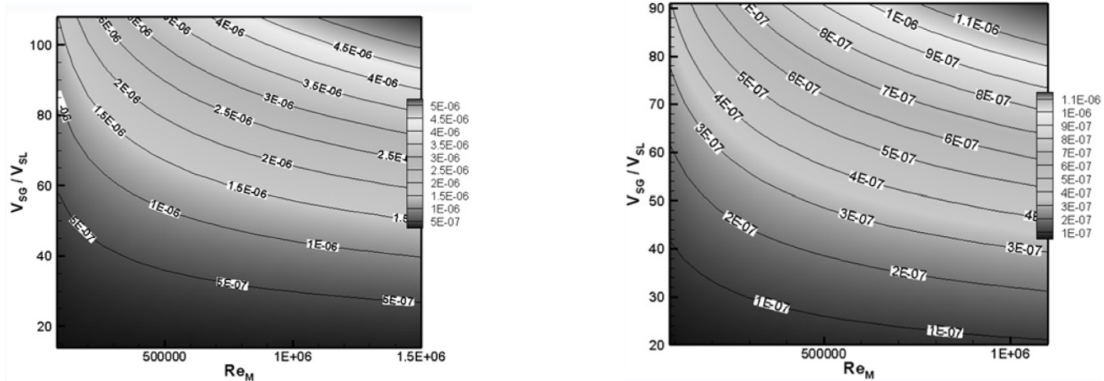
هر عدد رینولدز، با افزایش نسبت سرعت‌های ظاهری، میزان سایش نیز افزایش می‌یابد. تأثیر نسبت سرعت‌های ظاهری بر میزان سایش، برای رینولدزهای بالاتر بیشتر نمایان می‌گردد. به عبارتی، در اعداد رینولدز بالاتر، میزان انحراف سایش از مخلوط همگن جریان دو فازی بیشتر می‌گردد. **شکل‌های ۵ الف و ب**، کانتورهای سایش را برحسب پارامترهای بی‌بعد  $Re_m$  و  $V_{SG}/V_{SL}$  به ترتیب برای ذرات با قطر  $300 \mu m$  و  $150 \mu m$  نمایش می‌دهند. مشاهده می‌شود با افزایش عدد رینولدز، خطوط سایش ثابت نسبت به  $V_{SG}/V_{SL}$  روند کاهشی دارد. این موضوع به این معناست که ثابت بودن میزان سایش مستلزم این است که با افزایش عدد رینولدز، نسبت سرعت ظاهری گاز به سرعت ظاهری مایع کاهش یابد.

این نمودار از این جهت مفید است که مشخص می‌کند چند درصد از داده‌ها، دارای یک خطای نسبی معین است. از آنالیز خطای نتایج مشاهده می‌شود که بیش از  $60\%$  داده‌ها، خطای کمتر از  $15\%$  و بیش از  $87\%$  داده‌ها، دارای خطای کمتر از  $30\%$  هستند. مقادیر بیشینه، کمینه و میانگین خطای نسبی به ترتیب برابر با  $69/78\%$ ،  $0/33\%$  و  $17/52\%$  هستند.

سطوح سه بعدی سایش برحسب پارامترهای بی‌بعد عدد رینولدز و نسبت سرعت‌های ظاهری، برای ذرات با قطر  $300 \mu m$  و  $150 \mu m$  به ترتیب در **شکل‌های ۴ الف و ب** نمایش داده شده‌اند. نقاط مشکی مستطیلی شکل، نشان‌دهنده داده‌های تجربی میزان سایش هستند. همان‌طور که مشاهده می‌شود سطوح سه بعدی حاصل از مدل، با دقت خیلی خوبی از داده‌های تجربی عبور می‌کنند. برای

شکل ۴ سطوح سه بعدی سایش برحسب پارامترهای بی‌بعد  $Re_m$  و  $V_{SG}/V_{SL}$  (الف)  $dp=300 \mu m$  (ب)  $dp=150 \mu m$





شکل ۵ کانتورهای سایش برحسب پارامترهای بی بعد عدد رینولدز و نسبت سرعت‌های ظاهری الف (الف)  $dp=300 \mu m$  (ب)  $dp=150 \mu m$

و خواص جریان دوفازی مایع و گاز در نظر گرفته شده است. این مدل به‌طور گسترده در صنایع مختلف جهت پیش‌بینی سایش مورد استفاده قرار می‌گیرد. قابل ذکر است که مدل DNV یک مدل کلی برای تمامی الگوهای جریان چند فازی بوده و مدل مازومدر جهت پیش‌بینی سایش در جریان حلقوی ارائه شده است.

نتایج این مقایسه برای هر مدل به‌صورت جداگانه در شکل ۶ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که مدل ارائه شده نسبت به سایر مدل‌های موجود، دارای عملکرد بهتر و دقت بیشتری در پیش‌بینی میزان سایش برای الگوی جریانی کف‌آلود است. مدل سایش چندفازی، برای تمامی داده‌ها میزان سایش را کمتر از میزان واقعی پیش‌بینی می‌کند. در حالی که بقیه مدل‌های موجود، میزان سایش را بیشتر از میزان واقعی پیش‌بینی می‌کنند.

میزان متوسط خطای نسبی مدل ارائه شده با خطای سایر مدل‌ها در جدول ۲ ارائه و مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود میزان خطای مدل ارائه شده خیلی کمتر از بقیه مدل‌های موجود است. برای یک مجموعه یکسان از داده‌های تجربی، مقدار متوسط خطای مدل ارائه شده، بین ۴۶/۱۸٪ تا ۵۲۳/۶۹٪ کمتر از مدل‌های موجود می‌باشد.

### مقایسه مدل ارائه شده با مدل‌های پیشین

در این قسمت، عملکرد مدل ارائه شده با مقایسه با سایر مدل‌های موجود پیش‌بینی سایش در جریان‌های چندفازی مورد ارزیابی قرار گرفته است. به این منظور از ۶ مدل سالاما<sup>۱</sup>، مدل DNV، مدل چندفازی، مدل مازومدر<sup>۲</sup> و مدل مخلوط دو بعدی و مدل شیرازی و همکاران استفاده شده است. داده‌های سایش این مدل‌ها از مراجع [۲، ۴، ۵، ۷، ۸ و ۱۹] استخراج شده‌اند. سالاما و همکاران، یک مدل جدید جهت پیش‌بینی میزان سایش درون زانویی برای جریان‌های چندفازی ارائه نمودند [۲].

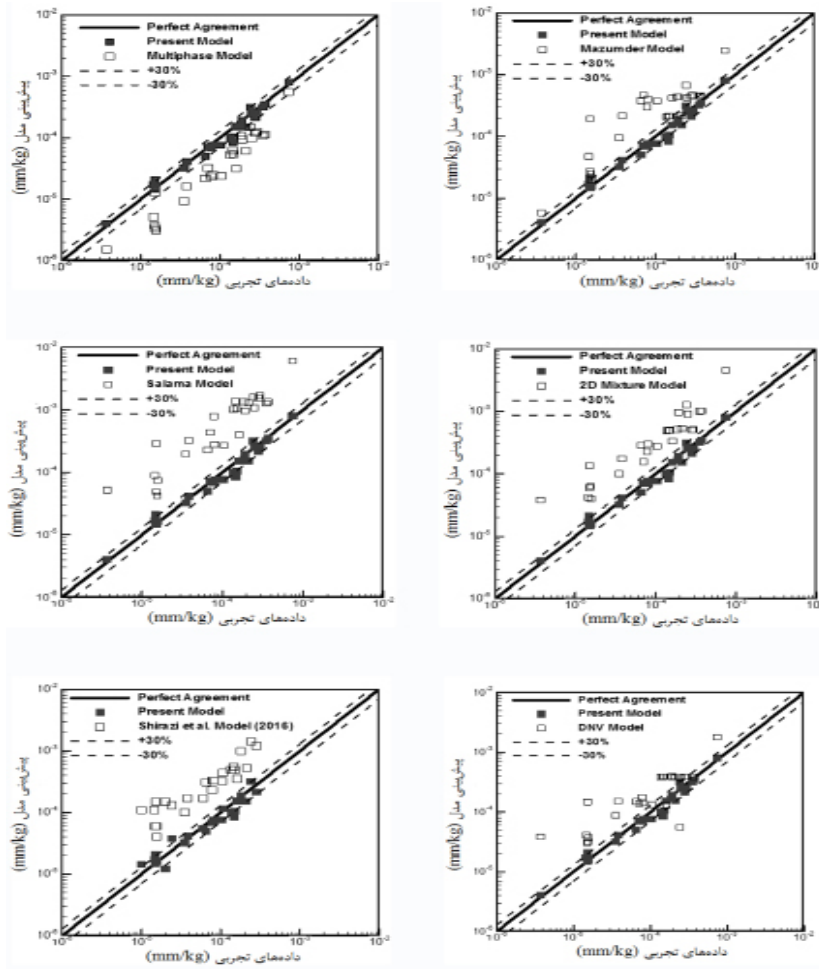
$$ER = \frac{1}{S_p} \frac{V_m^2 d_p}{D^2 \rho_m} \quad (27)$$

و  $D$ ،  $d_p$ ،  $V_m$  و  $\rho_m$  به ترتیب سرعت مخلوط جریان دوفازی، قطر ذره، قطر زانویی و چگالی مخلوط جریان همگن دو فازی است.  $S_p$  یک ثابت بوده و مقدار آن برابر با ۲۰۰۰ است.

مدل مخلوط دو بعدی، برای محاسبه نیروی پسا وارد بر ذره، خواص میانگین مایع و گاز را استفاده کرده و تاثیر آشفستگی جریان سیال بر مسیر ذره را نیز در نظر می‌گیرد.

شرکت DNV به‌عنوان یک شرکت پیشرو در زمینه تحقیقات سایش، آخرین نسخه از مدل سایش خود را تحت عنوان توصیه‌های عملی (DNV RP-O501) ارائه نموده است [۸]. در این مدل، سرعت مخلوط و خواص میانگین جریان دوفازی به‌عنوان سرعت

1. Salama Model  
2. Mazumder Model



شکل ۶ مقایسه بین مدل‌های مختلف و مدل ارائه شده برای جریان کف‌آلود: الف) مدل چند فازي، ب) مدل مازومدر، ج) مدل مخلوط دو بعدی، د) مدل سالاما، ه) مدل DNV و و) مدل شیرازی و همکاران.

جدول ۲ مقایسه متوسط خطای نسبی مدل‌های مختلف با مدل ارائه شده برای الگوی جریانی کف‌آلود.

تعداد داده‌ها	مدل	میانگین خطا	میانگین خطای مدل حاضر
۲۷	سالاما	۵۳۸/۲۷٪	۱۴/۵۸٪
۲۷	DNV	۱۶۳/۹۱٪	۱۴/۵۸٪
۲۷	چندفازی	۶۰/۷۶٪	۱۴/۵۸٪
۲۷	مازومدر	۲۰۳/۱۲٪	۱۴/۵۸٪
۲۷	مخلوط دو بعدی	۲۸۱/۲۴٪	۱۴/۵۸٪
۲۴	شیرازی و همکاران	۳۳۷/۷۲٪	۲۱/۵۶٪

به صورت قابل ملاحظه‌ای سايش را بیشتر از میزان واقعی پيش بينی می‌کنند. در صورتی که مدل ارائه شده به طور میانگین، ۱/۲۱ برابر بزرگ‌تر از میزان واقعی، میزان سايش را پيش بينی می‌کند.

برای هر مدل، نسبت میزان پيش بينی شده به میزان واقعی سايش محاسبه شده و نتایج حاصله در جدول ۳ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که مدل‌های سالاما، مخلوط دو بعدی، DNV و حلقوی

جدول ۳ نسبت میزان پیش‌بینی شده به‌میزان واقعی سایش در مدل‌های مختلف

نسبت میزان پیش‌بینی شده به‌میزان واقعی			
مدل	متوسط	ماکزیمم	می‌نیمم
سالاما	۶/۵	۲۰	۲/۶
مخلوط دو بعدی	۳/۹	۱۰/۷	۱/۶
حلقوی	۳/۱	۱۳/۳	۰/۹
DNV	۲/۷	۱۰/۸	۰/۵
مدل ارائه شده	۱/۲۱	۵/۴۸	۰/۳۵

نمودار در مقیاس نیمه لگاریتمی ترسیم شده است. محور افقی معرف سرعت ظاهری گاز ( $V_{SG}$ ) و محور عمودی معرف سرعت ظاهری مایع ( $V_{SL}$ ) است. نقاط مربع توپر معرف داده‌های تجربی هستند که به‌ازای سرعت‌های ظاهری مایع و گاز در آن نقاط، میزان سایش برابر با میزان مشخص شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود منحنی‌های حاصل از مدل در هر میزان سایش، با دقت خیلی خوبی از داده‌های تجربی عبور می‌کنند. همچنین از مقایسه نمودارها می‌توان دریافت که به‌ازای یک مقدار معین برای سرعت ظاهری مایع، با افزایش میزان سایش، حد آستانه سرعت ظاهری گاز نیز افزایش می‌یابد. ولی، به‌ازای یک مقدار معین برای سرعت ظاهری گاز، با افزایش میزان سایش، سرعت ظاهری مجاز مایع کاهش می‌یابد. این امر به دلیل است که با توجه به رابطه مدل به‌دست آمده، با افزایش سرعت ظاهری گاز در جریان کف‌آلود، میزان سایش نیز افزایش می‌یابد. در صورتی که افزایش سرعت ظاهری مایع منجر به کاهش میزان سایش برای الگوی جریانی کف‌آلود می‌گردد. لذا، نقاطی که در سمت راست و پایین هر منحنی قرار دارند، بیانگر سرعت‌هایی هستند که میزان سایش بیشتری نسبت به مقدار مشخص شده به‌ازای آن منحنی ایجاد می‌کنند و برعکس نقاط سمت چپ و بالای هر منحنی، سایش کمتر از میزان سایش آن منحنی را ارائه می‌دهند.

### پیش‌بینی سرعت مجاز جریان سیال در الگوی کف‌آلود

پیش‌بینی حد آستانه سرعت‌های گاز و مایع، در طراحی و بهره‌برداری خطوط انتقال جریان‌های چند فازی در صنعت نفت و گاز از اهمیت حیاتی برخوردار است. در این قسمت، مدل ارائه شده جهت تعیین حداکثر سرعت مجاز جریان سیال به‌ازای یک میزان سایش معین مورد استفاده قرار می‌گیرد. تأثیر پارامترهای مختلف بر سرعت مجاز جریان سیال برای مقادیر مختلف سایش بررسی و تحلیل می‌گردد. جهت محاسبه سرعت مجاز جریان سیال برای یک میزان سایش معین، رابطه مدل برحسب سرعت‌های ظاهری مایع و گاز نوشته می‌شود.

$$a = \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right)^{1.759} \left[ \frac{\rho_L + \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right) \rho_G}{\mu_L + \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right) \mu_G} (V_{SG} + V_{SL}) \right]^{-0.4718} \left( \frac{dp}{D} \right)^{0.5} - ER \rho_G D^2 = 0 \quad (28)$$

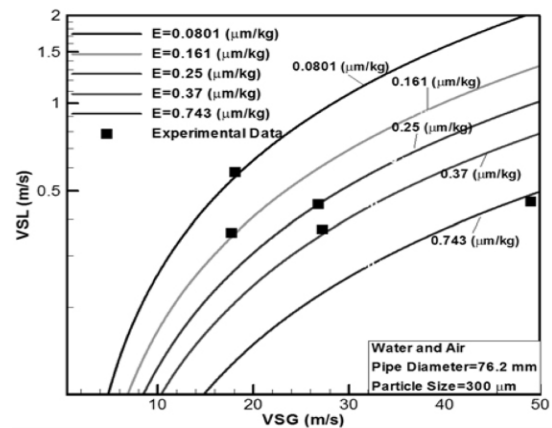
هر بار یک مقدار مشخص برای  $V_{SG}$  انتخاب شده و مقادیر ثابتی به تمامی پارامترهای  $D$ ،  $dp$ ،  $\rho_G$ ،  $\rho_L$ ،  $\mu_G$ ،  $\mu_L$  و  $ER$  اختصاص داده می‌شود. بنابراین یک معادله غیرخطی برحسب  $V_{SL}$  حاصل شده که با حل این معادله غیرخطی، مقدار  $V_{SL}$  متناظر با بقیه پارامترها به‌دست می‌آید. برای استخراج حد آستانه سرعت‌های گاز و مایع به‌ازای یک میزان مشخص سایش، یک کد محاسباتی تدوین شده است.

نمودارهای سرعت‌های مجاز جریان سیال برای میزان‌های مختلف سایش ( $\mu\text{m/kg}$ ) ۰/۰۸۱، ۰/۱۶۱، ۰/۲۵، ۰/۳۷، ۰/۴۳ در شکل ۷ ارائه شده است.

ویسکوزیته باعث می‌شود سرعت مجاز جریان گاز افزایش یافته و نمودار حد آستانه سرعت به سمت راست جابه‌جا شود.

**شکل ۹** الف، تاثیر تغییرات اندازه زانویی بر سرعت مجاز جریان سیال را نشان می‌دهد. درحالی‌که مقادیر سایش، ویسکوزیته مایع، فشار گاز و قطر ذرات ثابت نگه داشته شده است، سه مقدار متفاوت (۵۰/۸، ۷۶/۲، ۱۰۱/۶ mm) برای اندازه قطر زانویی در نظر گرفته شده است. با افزایش اندازه زانویی، سطح برخورد ذرات افزایش یافته و تعداد برخورد ذرات در واحد سطح زانویی کاهش می‌یابد. همچنین همان‌طور که در **شکل ۱۰** قابل مشاهده است مطابق نتایجی که توسط ازوپاردی گزارش شده است، با افزایش اندازه زانویی، ضخامت فیلم مایع نیز افزایش می‌یابد [۲۰]. فیلم مایع منجر به کاهش مومنتم ذره هنگام برخورد به دیواره می‌گردد. این عوامل باعث می‌شوند که با افزایش اندازه زانویی، میزان سایش کاهش یابد. بنابراین، برای ثابت نگه داشتن میزان سایش، باید سرعت جریان گاز افزایش یا سرعت جریان مایع کاهش یابد. بنابراین منحنی حد آستانه سرعت‌ها با افزایش قطر زانویی به سمت راست و پایین جابه‌جا می‌شود.

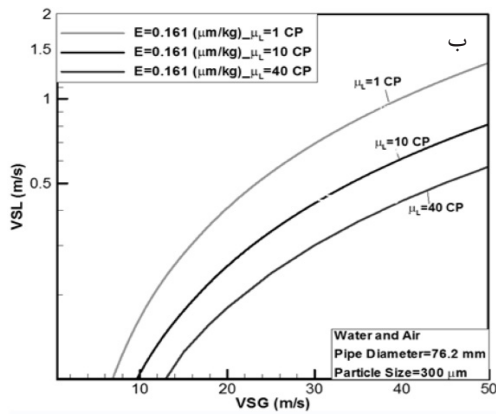
تأثیر فشار جریان گاز بر حد آستانه سرعت‌ها برای سه مقدار مختلف فشار (۱، ۱۴/۶، ۳۵ atm) در **شکل ۹** ب نشان داده شده است. با افزایش فشار، مقدار چگالی جریان گاز و در نتیجه چگالی مخلوط جریان دو فازی افزایش می‌یابد. بنابراین، مقدار نیروی درگ وارده بر ذرات از طرف سیال افزایش و مومنتم ذرات کاهش می‌یابد. لذا، افزایش فشار جریان گاز منجر به کاهش مقدار سایش شده و جهت حصول همان میزان سایش، منحنی حد آستانه سرعت‌ها به سمت راست و پایین جابه‌جا می‌شود.



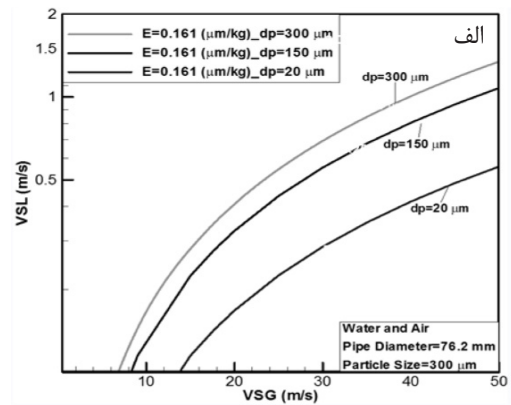
**شکل ۷** منحنی‌های سرعت مجاز جریان سیال برای میزان‌های مختلف سایش در الگوی جریانی کف‌آلود

در نمودارهای بعدی، میزان سایش برابر با  $0.161 \mu\text{m}/\text{kg}$  ثابت نگه داشته شده، ولی پارامترهای موثر دیگر تغییر داده شده‌اند. یکی از پارامترهای موثر بر میزان سایش و سرعت‌های مجاز جریان سیال، اندازه ذرات می‌باشد. این موضوع در **شکل ۸** الف، برای ۳ اندازه مختلف ذره ( $20$ ،  $150$ ،  $300 \mu\text{m}$ ) ارائه شده است. قابل ذکر است که مقادیر سایش، ویسکوزیته مایع، فشار گاز و قطر زانویی ثابت نگه داشته شده‌اند. با کاهش اندازه ذره، مومنتم آن کاهش یافته و با سرعت کمتری به دیواره برخورد می‌کنند. بنابراین جهت حصول همان میزان سایش، باید سرعت برخورد ذره افزایش یابد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای یک میزان سایش و سرعت ظاهری مایع مشخص، با کاهش اندازه ذرات، حد آستانه سرعت ظاهری گاز افزایش می‌یابد. این موضوع باعث می‌شود که برای ذرات جامد کوچک‌تر، نمودار حد آستانه سرعت به سمت راست جابه‌جا شود.

دیگر پارامتر مؤثر بر میزان سایش و سرعت‌های مجاز جریان سیال، ویسکوزیته مایع است. **شکل ۸** ب، منحنی‌های سرعت مجاز جریان سیال برای مقادیر مختلف ویسکوزیته مایع را ارائه می‌کند. با افزایش ویسکوزیته مایع، مومنتم ذرات جامد کاهش یافته و در نتیجه میزان سایش نیز کاهش می‌یابد. بنابراین، برای یک میزان سایش مشخص، افزایش

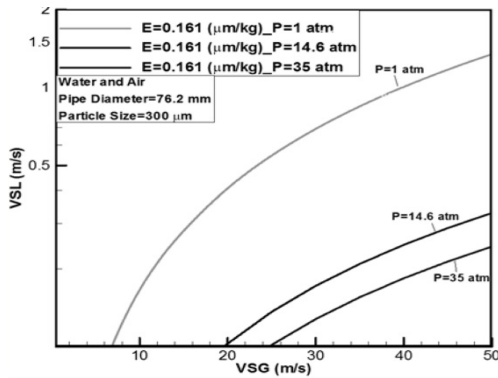


(ب) تأثیر ویسکوزیته مایع بر سرعت مجاز جریان سیال

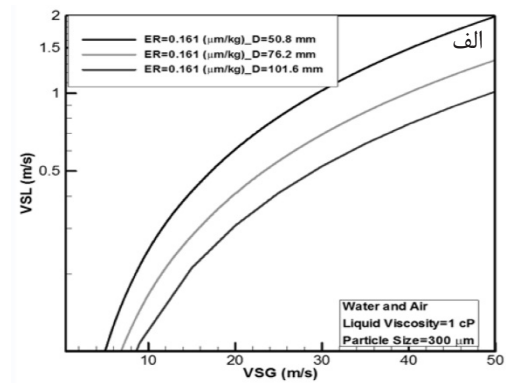


(الف) تأثیر اندازه ذرات جامد بر سرعت مجاز جریان سیال

شکل ۸ منحنی‌های سرعت مجاز جریان سیال برای مقادیر مختلف اندازه ذرات جامد و ویسکوزیته مایع (الف) تأثیر اندازه ذرات جامد بر سرعت مجاز جریان سیال (ب) تأثیر ویسکوزیته مایع بر سرعت مجاز جریان سیال

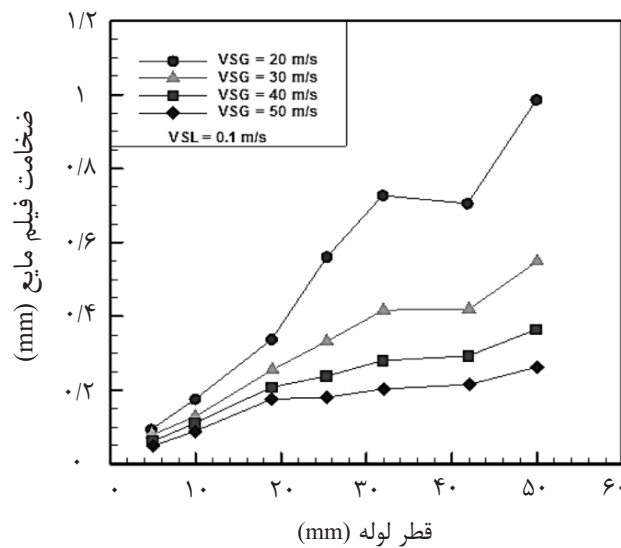


(ب) تأثیر فشار جریان گاز بر سرعت مجاز جریان سیال



(الف) تأثیر اندازه زانویی بر سرعت مجاز جریان سیال

شکل ۹ منحنی‌های سرعت مجاز جریان سیال برای مقادیر مختلف اندازه زانویی و فشار گاز (الف) تأثیر اندازه ذرات جامد بر سرعت مجاز جریان سیال (ب) تأثیر فشار جریان گاز بر سرعت مجاز جریان سیال



شکل ۱۰ تأثیر اندازه لوله بر ضخامت فیلم مایع [۲۰].

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مدل جدید جهت پیش‌بینی سایش ذرات جامد درون زانویی تحت شرایط جریانی کف‌آلود را ارائه شده است. با بکارگیری آنالیز ابعادی، سه گروه بی‌بعد حاکم مؤثر بر رفتار جریان و ذرات، شامل پارامترهای نسبت سرعت‌های ظاهری گاز به مایع ( $V_{SG}/V_{SL}$ )، عدد رینولدز ( $Re_m$ )، نسبت قطر ذره به قطر زانویی ( $dp/D$ ) حاصل شده‌اند. همچنین، سایش به صورت پارامتر بی‌بعد  $(ER D^2 \rho_G)$  در نظر گرفته شده است. براساس تکنیک رگرسیون فرآیند گوسی، مدل پیش‌بینی سایش بر حسب پارامترهای بی‌بعد استخراج شده است. مدل ارائه شده با در نظر گرفتن نسبت سرعت‌های ظاهری گاز به مایع، انحراف جریان آشفته کف‌آلود از جریان همگن دو فاز و تأثیر آن بر میزان سایش را لحاظ می‌کند. مشاهده شده است که هر چه نسبت سرعت‌های ظاهری گاز به مایع بیشتر باشد، میزان سایش نیز در جریان کف‌آلود بیشتر خواهد بود. نتایج حاصل از مدل با داده‌های تجربی موجود اعتبارسنجی شده و عملکرد آن با مقایسه با مدل‌های پیشین موجود، مورد ارزیابی قرار گرفته است. مشاهده شده است که مدل از دقت بسیار مناسبی برخوردار بوده و می‌توان از آن در پیش‌بینی میزان سایش درون زانویی برای الگوی جریانی کف‌آلود با قابلیت اطمینان بالایی استفاده نمود. همچنین به‌عنوان یکی از کاربردهای مدل، میزان مجاز سرعت جریان دو فاز مایع و گاز در الگوی جریانی کف‌آلود تحت شرایط مختلف استخراج شده است. از نتایج به‌دست آمده می‌توان دریافت که در جریان کف‌آلود با افزایش میزان سایش، حد آستانه سرعت ظاهری گاز افزایش و حد آستانه سرعت ظاهری مجاز مایع کاهش می‌یابد.

همچنین برای یک میزان مشخص سایش، افزایش پارامترهای ویسکوزیته مایع، قطر زانویی و فشار جریان گاز باعث افزایش سرعت مجاز جریان گاز و کاهش سرعت مجاز مایع می‌شوند. در صورتی که افزایش اندازه ذرات جامد، منجر به کاهش سرعت مجاز جریان گاز و افزایش سرعت مجاز جریان مایع می‌گردد.

## علائم و نشانه‌ها

- $D$ : قطر زانویی (mm)  
 $X$ : ماتریس پارامترهای ورودی  
 $dp$ : قطر ذرات جامد ( $\mu m$ )  
 $x^*$ : پارامتر ورودی جدید  
 $ER$ : نرخ سایش (mm/kg)  
 $y$ : بردار پارامتر خروجی  
 $F_s$ : فاکتور شکل ذره  
 $y^*$ : پارامتر خروجی جدید  
 $k$ : تابع کوواریانس  
 $\rho_L$ : چگالی مایع ( $kg/m^3$ )  
 $K$ : ماتریس کوواریانس  
 $\rho_G$ : چگالی گاز ( $kg/m^3$ )  
 $Pr$ : نرخ نفوذ سایش  
 $\mu_L$ : ویسکوزیته مایع ( $kg/m.s$ )  
 $Re_m$ : عدد رینولدز مخلوط جریان دو فاز  
 $\mu_G$ : ویسکوزیته گاز ( $kg/m.s$ )  
 $T$ : مجموعه داده‌های آموزشی  
 $\rho_m$ : چگالی مخلوط جریان دو فاز ( $kg/m^3$ )  
 $V_{SL}$ : سرعت ظاهری مایع (m/s)  
 $\mu_m$ : ویسکوزیته مخلوط جریان دو فاز ( $kg/m.s$ )  
 $V_{SG}$ : سرعت ظاهری گاز (m/s)  
 $\lambda_L$ : کسر حجمی فاز مایع

## مراجع

- [1]. Shoham O (2006) Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes, Society of Petroleum Engineers, SPE, 10-13.
- [2]. Salama M (2000) An alternative to API 14E erosional velocity limits for sand-laden fluids, ASME Journal of Energy Resources Technology, 122: 71-77.
- [3]. Jordan K (1998) Erosion in multiphase production of oil and gas, NACE International Annual Conference, USA, San Antonio, 58.
- [4]. McLaury B, and Shirazi S (2000) An alternate method to API RP 14E for predicting solids erosion in multiphase flow, ASME Journal of Energy Resources Technology, 122: 115-122.
- [5]. Mazumder Q, Shirazi S, McLaury B, Rybicki E, Shadley J (2005) Development and validation of a mechanistic model to predict solid particle erosion in multiphase flow, Wear, 259: 203-207.
- [6]. Liu H, Yang W, Kang R (2018) A Correlation for sand erosion prediction in annular flow considering the effect of liquid dynamic viscosity, Wear, 404-405: 1-11.
- [7]. Shirazi S, McLaury B, and Arabnejad H (2016) A Semi-mechanistic model for predicting sand erosion threshold velocities in gas and multiphase flow production, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dubai, UAE, SPE-181487-MS.
- [8]. DNVGL-RP-O501, (2015) Managing sand production and erosion, Edition August 2015, DNV GL AS.
- [9]. Darihaki F, Hajidavaloo E, Ghasemzadeh A, Safian G (2017) Erosion prediction for slurry flow in choke geometry, Wear, 372-373: 42-53.
- [10]. Raissi M., (2019) Parametric gaussian process regression for big data, preprint, Computational Mechanics, 64: 409-416.
- [11]. Zahedi P., Parvande S., Asgharpour A., McLaury B.S., Shirazi S.A., McKinney B.A., (2018) Random forest regression prediction of solid particle Erosion in elbows, Journal of Powder Technology, 338: 983-992.
- [12]. Tran A, Furlan J, Pagalthivarthi K, Visintainer R, Wildey T, Wang Y (2019) WearGP: A computationally efficient machine learning framework for local erosive wear predictions via nodal Gaussian processes, Wear, 422-423: 9-26.
- [13]. Bahrainian S S, Bakhshesh M, Hajidavaloo E, Parsi M (2021) A novel approach for solid particle erosion prediction based on Gaussian Process Regression, Wear, 466-467 203549.
- [14]. Rasmussen C, Williams C, (2006) Gaussian Processes for Machine Learning, The MIT Press.
- [15]. Arabnejad H, (2015) Development of erosion equations for solid particle and liquid droplet impact, Ph.D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, The University of Tulsa, Oklahoma, USA.
- [16]. Parsi M, Vieira R, Kesana N, McLaury B, Shirazi, S, (2015) Ultrasonic measurements of sand particle erosion in gas dominant multiphase flow, Wear, 328-329: 401-413.
- [17]. Schulz E, Speekenbrink M, Krause A (2018) A tutorial on Gaussian process regression: Modelling, exploring, and exploiting functions, Journal of Mathematical Psychology, 85:1-16.
- [18]. Rasmussen C, Nickisch H, (2010) Gaussian processes for machine learning (GPML) Toolbox, Journal of Machine Learning Research, 11: 3011-3015.
- [19]. Parsi M, Kara M, (2016) Comparative study of different erosion predictions for single-phase and multiphase flow conditions, Offshore Technology Conference, Texas, USA, Paper No. OTC-27233-MS.
- [20]. Azzopardi B J, Kaji R (2010) The effect of pipe diameter on the structure of gas/liquid flow in vertical pipes, International Journal of Multiphase Flow, 36: 303-313.



# A Correlation for Solid Particle Erosion in Standard Elbow for Churn Flow

Seyed Saied Bahrainian\*, Mehdi Bakhshesh and Ebrahim Hajidavalloo

Mechanical Engineering Department, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

bahrainian@scu.ac.ir

DOI: 10.22078/pr.2021.4347.2970

Received: November/22/2020

Accepted: January/28/2020

## Introduction

The solid particle erosion phenomenon in pipelines and equipment is a major challenge in the oil and gas industry. In order to prevent sudden failures, costly maintenance, safety hazards, and environmental issues, it is essential to predict the erosion rate. The erosion prediction in multiphase flows is a complex and difficult task due to interactions of the phases interface. Churn flow is an important intermediate flow regime that covers the transition range between the slug and annular patterns [1]. Various models have been proposed to predict the solid particle erosion in the elbow in previous research [2-4]. A review of previous research shows that due to the complex nature and unstable hydrodynamics of churn flow, no specific and unique model has been proposed yet to predict erosion for this flow regime. Also, the models have been presented so far are based on the mixture properties of the gas and liquid phases. However, the mixture properties do not necessarily represent different flow regimes. In this research, a new model is proposed to erosion prediction the in the standard elbow for churn flow pattern conditions. Using dimensional analysis, the dimensionless groups which governed the erosion phenomenon in churn flow are derived. Then, a parametric model is established between the dimensionless parameters using the Gaussian process regression technique. The accuracy and effectiveness of the model are evaluated by comparing the results with experimental data and previous models. Finally, threshold erosional velocities in churn flow are obtained for different operating conditions.

## Results and Discussion

Based on the results obtained from Gaussian process,

the erosion prediction correlation is derived in terms of dimensionless parameters. Taking into account the particle shape factor, finally, the erosion model for churn flow is obtained in the form of the following equation:

$$R_G D^2 = 2.995 \cdot 10^{-11} F_s \left( \frac{V_s G}{V_s L} \right)^{1.759} Re_M^{0.4718} \left( \frac{dp}{D} \right)^{0.5} \quad (1)$$

In the proposed model, the ratio of the gas superficial velocity to liquid superficial velocity indicates the deviation factor of actual properties of churn flow from the homogenous no-slip properties and its effect on the predicted erosion rate. Available experimental data points which cover different conditions are used to validate the model. It can be seen that the predicted data are in good agreement with the experimental data. More than 45% of the data have an error of less than 15%, and more than 80% of the data have an error of less than 30%. Iso-erosion lines are obtained in terms of Reynolds number and ratio of superficial velocities. It is observed that by increasing Reynolds number, Iso-erosion lines have a decreasing trend compared to the ratio of the gas superficial velocity to liquid superficial velocity. This means that constant erosion values require that as the Reynolds number increases, the superficial velocities ratio must be decreased. The effect of the superficial velocities ratio on the erosion rate is more pronounced for higher Reynolds. Performance of the model is compared with previous existing models. For the same experimental data set, relative error of the proposed correlation is much lower than other existing models. It can be seen that the previous models significantly over predict the erosion. However, the proposed model predicts the erosion rate



on average 1.21 times larger than the experimental data. These results show the accuracy and reliability of the proposed model in erosion prediction for churn flow pattern.

### Conclusions

In this research, a new model is developed to predict the solid particle erosion in standard elbow for churn flow pattern. Using dimensional analysis, three dimensionless groups affecting the flow and particle behavior, including the ratio of superficial velocities, mixture Reynolds number and particle diameter to elbow diameter ratio are obtained. Based on the Gaussian process regression technique, the erosion prediction model is derived in terms of dimensionless parameters. The proposed model, considering the ratio of superficial velocities takes into account the deviation of the churn turbulent flow from the homogeneous no-slip two-phase flow. It is observed that the higher the ratio of gas superficial velocity to liquid superficial velocity is, the greater the erosion rate in churn flow is. The results of the model are validated with experimental data, and its performance is evaluated by comparison with previous existing models. Results show that the proposed model can be used to predict erosion in elbow for churn flow pattern with high accuracy and reliability. Also, as one of the applications of the model, the threshold erosional velocity curves in churn flow are derived under different flow and operational conditions. From the obtained results, it can be seen that in churn flow, by increasing

erosion, the gas threshold velocity is increased, and the liquid threshold velocity is decreased. Also, for a certain values for erosion rate and the liquid superficial velocity, increasing the parameters of liquid viscosity, elbow diameter and gas flow pressure increase the gas threshold velocity. However, increasing the particle size leads to a decrease in the gas threshold velocity and an increase in the liquid threshold velocity.

### References

1. Shoham O (2006) Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes, Society of Petroleum Engineers (SPE), 10-13.
2. Mazumder Q, Shirazi S, McLaury B, Rybicki E, Shadley J (2005) Development and validation of a mechanistic model to predict solid particle erosion in multiphase flow, *Wear*, 259: 203-207.
3. Liu H, Yang W, Kang R (2018) A Correlation for sand erosion prediction in annular flow considering the effect of liquid dynamic viscosity, *Wear*, 404-405:1-11.
4. Shirazi S, McLaury B, and Arabnejad H (2016) A Semi-mechanistic model for predicting sand erosion threshold velocities in gas and multiphase flow production, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dubai, UAE, Paper No. SPE-181487-MS.
5. Rasmussen C, Nickisch H, (2010) Gaussian Processes for Machine Learning (GPML) Toolbox, *Journal of Machine Learning Research*, 11: 3011-3015.